1. Sea R la variable aleatoria *ruido que hago al entrar en la granja* $\sim N(20,5)$. Sabemos que este ruido es de al menos 15 decibelios, y que si es mayor de 25 los perros nos oirán. Por tanto, calculamos la probabilidad de que el ruido sea menor de 25, sabiendo que siempre es mayor de 15. Esta es la probabilidad de que los perros no nos oigan al entrar y podamos entrar y salir de la granja sin ser detectados.

$$P(R<25|R>15)=\frac{P(R<25\cap R>15)}{P(R>15)}=\frac{P(15<R<25)}{P(R>15)}$$

Para calcular esta probabilidad hay que ponerla en función de una $Z\sim N(0,1)$, tipificando:

$$\begin{aligned}\frac{P(15<R<25)}{P(R>15)} &= \frac{P(\frac{15-20}{5}<Z<\frac{25-20}{5})}{P(Z>\frac{15-20}{5})}=\frac{P(-1<Z<1)}{P(Z>-1)}=\\ &= \frac{P(Z\leq 1)-P(Z\leq -1)}{P(Z\leq 1)}=\frac{2\cdot 0.8413-1}{0.8413}=0.8113\end{aligned}$$

Por último, queremos calcular la probabilidad de entrar exactamente 7 días sin ser detectados. Definimos:
$N =$ *número de días (de 7) que entramos y salimos de la granja sin ser detectados* $\sim Bin(7,p=0.8113)$. Nos piden:

$$P(N=7)=\binom{7}{7}(0.8113)^7(1-0.8113)^{7-7}=(0.8113)^7=0.2313$$

2. Definimos las variables aleatorias:

$$\begin{aligned}T|R &= \textit{tiempo que estoy en una tienda de ropa} \sim Erlang(\lambda=1/30,p=2))\\ T|Z &= \textit{tiempo que estoy en una zapatería} \sim Exp(\lambda=1/57)\\ T &= \textit{tiempo que estoy en una tienda}\end{aligned}$$

Conocemos la probabilidad de los siguientes sucesos:

$$\begin{aligned}R &= \textit{Tienda de ropa}\\ Z &= \textit{Zapatería}\end{aligned}$$

que son, $P(R)=0.6$ y $P(Z)=0.4$. Nos piden:

$$P(Z|T<56)$$

que se resuelve usando el Teorema de Bayes. Para calcular la $P(T<56)$ usamos el Teorema de la Probabilidad Total:

$$P(T<56)=P(T<56|R)P(R)+P(T<56|Z)P(Z)$$

Calculamos las probabilidades condicionadas:
La primera probabilidad condicionada se calcula usando la Función de Distribución de la Erlang que viene al final del formulario. En este caso, $\lambda=1/30, p=2$ y $x=56$.

$$P(T<56|R)=1-e^{-56/30}(1+\frac{56}{30})=0.5567$$

La segunda:

$$P(T < 56|Z) = 1 - e^{-56/57} = 0.6256$$

Esta probabilidad se calcula con la **función de distribución** de la exponencial que **no** es la que viene en el formulario. En el formulario viene la función de densidad, integrándola desde 0 a t se obtiene la función de distribución $F(t) = P(T \leq t|Z) = 1 - e^{-\lambda t}$. También puede usarse la función de distribución de la Erlang con $\lambda = 1$ y $p = 1$

Con todo esto calculamos la $P(T < 56)$:

$$P(T < 56) = (0.5567) \cdot (0.6) + (0.6256) \cdot (0.4) = 0.5842$$

y la probabilidad pedida es:

$$P(Z|T < 56) = \frac{P(T < 56|Z)P(Z)}{P(T < 56)} = \frac{(0.6256) \cdot (0.4)}{0.5842} = \frac{0.2502}{0.5842} = 0.4282$$